Galileo Galileis skråplansopgave

Et af de mest berømte eksperimenter i verdenshistorie er Galileo Galileis (1564 –1642) forsøg med skråplanet. I denne opgave skal I arbejde med teorien og arbejde med forsøgsdata for en gruppe elever, der har gentaget forsøget med en kugle.

Galilei: Afhandlinger vedrørende to nye videnskaber (1638): ”Der blev taget et stykke bræt eller planke, der var omkring 12 alen lang, en halv alen bred og tre fingerbredder tykt; på dens kant blev der skåret en rende lidt mere end en finger i bredden; efter at have lavet denne rille meget lige, glat og poleret og foret den med pergament, også så glat og poleret som muligt, lod vi en hård, glat og meget rund bronzekugle rulle ned ad den …"

|  |
| --- |
| Inclined plane (Inv. 1041) Inclined plane (Inv. 1041) |

Figur 1: Skråplan fra Museo Galileo <https://catalogue.museogalileo.it/object/InclinedPlane.html>

Galilei viste i sit forsøg, at forholdet mellem strækningen en kugle bevæger sig fra hvile ned af et skråplan og kvadratet på den tilbagelagte tid, det tager, er konstant.

*s* er strækningen, *k* er en konstant og *t* er tiden.

|  |
| --- |
| **Diskussionsopgave:**  Hvordan kan man få kuglen til at trille hurtigere eller langsommere ned af planet?  Hvilken energiomdannelse sker der i forsøget?  Hvilke fysiske faktorer afhænger konstanten *k* af?  Hvordan kunne man undersøge dette? |

De matematiske værktøjer (differentialregning) til forståelse af bevægelsesligninger blev udviklet blandt andet på baggrund af Galileis opdagelser og er bevægelsesligningerne således:

er konstant

er den konstante acceleration i m/s2 og er hastigheden i m/s.

|  |
| --- |
| **Regneopgave 1:**  Vi har lavet en reproduktion med et skråplan, der har en længde på 4 meter.  Skråplanet hælder således, at en kugle bevæger sig med en acceleration på 2 m/s2.   1. Bestem hastigheden kuglen bevæger sig med efter 1 sekund 2. Bestem hvor langt er kuglen kommet efter 1 sekund 3. Isoler tiden i formlen for strækning 4. Bestem, hvor lang tid det tager kuglen, at bevæge sig 4 meter ned af skråplanet |

# Skråplan uden friktion

En gruppe elever har målt følgende værdier for et tilsvarende forsøg, hvor højden er 0,1 m og længden langs kuglens bane er 1,4 m.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| tid(s) | 0 | 0,33 | 0,66 | 0,99 | 1,32 | 1,65 | 1,98 | 2,31 |
| strækning(m) | 0 | 0,03 | 0,11 | 0,25 | 0,44 | 0,68 | 0,98 | 1,34 |

|  |
| --- |
| **Regneopgave 2:**  Galilei påstod, at følgende sammenhæng passer   1. Passer elevernes målinger med formlen? 2. Tegn grafen med strækning som funktion af tiden og lave en passende regression 3. Beskriv grafen og bestem accelerationen fra regressionen. |

Energiomdannelsen i forsøget sker fra potentiel energi til kinetisk energi. (Hvis vi ser bort fra friktion)

Vi kender formlerne for kinetisk energi og potentiel energi.

Hvis der er energibevarelse i forsøget, så er den potentielle energi i toppen af skråplanet ved højden *h* lig med den kinetiske energi i bunden ved højden 0 m.

|  |
| --- |
| **Regneopgave 3:**  Eleverne er ved hjælp af regressionen kommet frem til at accelerationen er 0,50 m/s2 og det tager kuglen 2,37 sekunder, at komme fra toppen af skråplanet i højden 0,1 m til bunden af skråplanet.   1. Bestem den potentielle energi, når man slipper kuglen 2. Bestem hastigheden i det øjeblik kuglen når bunden af skråplanet ved hjælp af accelerationen. 3. Bestem den kinetiske energi i det øjeblik kuglen når bunden af skråplanet. 4. Kommenter resultatet. |

# Rekonstruktion af Galileis Forsøg

Man kan udlede en formel for accelerationen som funktion af dimensionerne af skråplanet.

Hvor *l* er den skrå længde af skråplanet og *h* er højden skråplanet er løftet i.

Hvis der er tale om en bevægelse uden rulning og friktion, så er accelerationen givet ved.

Hvis der er tale om en kugle, der ruller rent på skråplanet. Dvs. den glider ikke, så er accelerationen.

Hvor er *h* højde *l* er længde af skråplanet langs kuglens bane og *g* er tyngdeaccelerationen i Danmark (*g* = 9,82 m/s2).

|  |
| --- |
| **Regneopgave 4:**   1. Beregn accelerationen i de to tilfælde. 2. Hvilken passer bedst på elevernes forsøg 3. Hvilken betydning har massen i forsøget |

# Udledning af formel for acceleration

Hvis man skal udlede accelerationen af kuglen i forsøget ved hjælp af højden.

## Rotationsenergi

Rotationsenergien for kuglen er givet ved

Hvor er inertimomentet for en kugle, der roterer omkring en akse gennem centrum og er vinkelhastigheden.

Inertimomentet er givet ved:

hvor er radius er kuglen og er massen af kuglen.

Hvis vi antager at kuglen ruller uden at glide har man følgende udtryk for vinkelhastigheden givet ved hastigheden og radius .

Det betyder, at rotationsenergien kan skrives som

Hvilket kan reduceres til

Den samlede bevægelses energi bliver således til

Hvis vi sætter udtrykkene ind

Og reducerer

## Acceleration af Kuglen

Hvis der er energibevarelse, så er bevægelsesenergien i bunden af skråplanet lig med den potentielle energi i toppen.

Hastigheden i bunden kan findes fra bevægelsesligningen, hvor strækningen er længden af skråplanet *l*.

og

Hvor vi kan isolere hastigheden

Hvilket vi kan sætte ind i energibevarelsessætningen.

Herved kan vi isolere accelerationen.